Prova de seleção Mestrado

November 2020

1) Julgue as afirmações abaixo como verdadeiro ou falso. Justifique sua resposta.

   ( ) **1-** Considere o subconjunto $\mathcal{C}$ das matrizes de ordem 2 definidas por
   $$\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix},$$
   para $a, b \in \mathbb{R}$. A equação matricial $X^2 + A = 0$ possui solução em $\mathcal{C}$ para qualquer matriz $A \in \mathcal{C}$.

   ( ) **2-** Considere uma transformação linear autoadjunta $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ tal que existe um subespaço vetorial V de dimensão 3 tal que $Tv \in V$ sempre que $v \in V$. Então T possui autovalor real.

2) Diagonalize a matriz
   $$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$
   e determine a potência A^{2020}.

3) Seja $M(3)$ o espaço das matrizes de ordem 3. Considere o subconjunto $\mathcal{C} = \{A \in M(3) : Ae_3 = 0\}$, onde $e_3 = (0,0,1)^T$. Mostre que $\mathcal{C}$ é um subespaço vetorial de $M(3)$ e determine uma base e a sua dimensão. Justifique sua resposta.

4) Julgue as afirmações abaixo como verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

   ( ) **1-** A função $f : [0, 6\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{sen(3x)}$ é periódica e todo máximo local é também máximo global.

   ( ) **2-** Existe uma bijeção diferenciável entre o intervalo $(0, 2020)$ e a reta. Em caso positivo exiba um exemplo.

5) A função $f(x) = e^{x^2 sen(1/x)}$ pode ser definida em $x = 0$ de forma a ser contínua? Em caso de resposta positiva o que podemos dizer da primeira e segundas derivadas em $x = 0$? (Justifique em detalhes a sua resposta).

6) Seja $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ integrável. Mostre que as afirmações abaixo são equivalentes:

i) $\int_a^b |f(x)|dx = 0$,

ii) Se f continua em $c \in [a, b]$ então $f(c) = 0$.